

Élément absorbant d'un anneau

Samuel Rochetin

Dimanche 15 décembre 2019

Propriété. Soit $(A, +, \times)$ un anneau non nécessairement commutatif. L'élément neutre 0 pour la loi $+$ est absorbant pour la loi \times :

$$\forall x \in A, 0 \times x = x \times 0 = 0.$$

Démonstration. $\forall x \in A,$

$$\begin{aligned} (0 + 0) \times x &= 0 \times x && \text{élément neutre pour la loi } + \\ \iff 0 \times x + 0 \times x &= 0 \times x && \text{distributivité à droite} \\ \iff 0 \times x &= 0 && \text{régularité de la loi } + \end{aligned}$$

De même, la distributivité à gauche donne $x \times 0 = 0$.

□