

Troisième

Devoir de recherche

Samuel Rochetin

Lundi 25 mai 2020

Résumé

Le but de cet exercice est de déterminer quand une inégalité est compatible avec l'élevation au carré.

Problème.

1. Soient deux nombres x et y positifs ou nuls.
 - (a) Supposons que $x \leq y$.
 - i. Montrer que $x^2 \leq xy$ et que $xy \leq y^2$.
 - ii. En déduire que si $x \leq y$, alors $x^2 \leq y^2$.
 - (b) Réciproquement, supposons que $x^2 \leq y^2$.
 - i. Montrer que $0 \leq (y - x)(x + y)$.
 - ii. Quel est le signe de $x + y$?
 - iii. En déduire que si $x^2 \leq y^2$, alors $x \leq y$.
 - (c) Quelle équivalence logique a-t-on démontré ?
2. Soient deux nombres x et y négatifs ou nuls.
Montrer que $x \leq y$ si et seulement si $x^2 \geq y^2$.
3. Soient deux nombres x et y de signes opposés tels que $x < y$.
Montrer qu'on peut avoir $x^2 < y^2$ ou $x^2 > y^2$.