

# Loi de composition interne originale

Samuel Rochetin

Vendredi 30 novembre 2018

**Exercice.** Soit  $\star$  une loi de composition interne sur  $\mathbb{N}$  définie pour tous entiers

$$\text{naturels } a, b, c, d \text{ par : } \begin{cases} \text{propriété 1 : } a \star a = a \\ \text{propriété 2 : } a \star 0 = 2 \times a \\ \text{propriété 3 : } (a + b) \star (c + d) = (a \star c) + (b \star d) \end{cases} .$$

1. Calculer  $(2 + 3) \star (0 + 3)$ .

2. Calculer  $1024 \star 48$ .

*Solution.*

1.

$$\begin{aligned} (2 + 3) \star (0 + 3) &= (2 \star 0) + (3 \star 3) && \text{propriété 3} \\ &= 2 \times 2 + 3 && \text{propriétés 2 et 1} \\ &= 7 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} 1024 \star 48 &= (976 + 48) \star (0 + 48) && \text{en s'inspirant de la question précédente} \\ &= (976 \star 0) + (48 \star 48) && \text{propriété 3} \\ &= 2 \times 976 + 48 && \text{propriétés 2 et 1} \\ &= 1952 + 48 \\ &= 2000 \end{aligned}$$

□