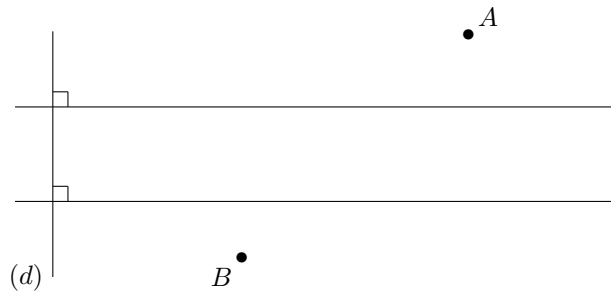


Minimum géométrique

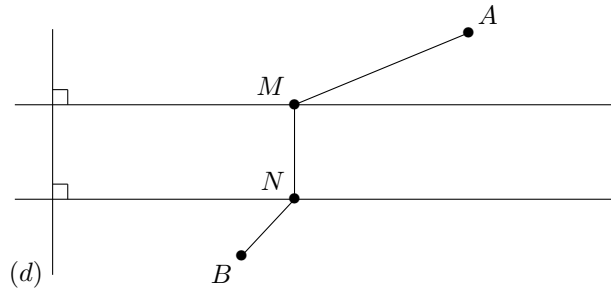
Samuel Rochetin

Dimanche 17 avril 2016

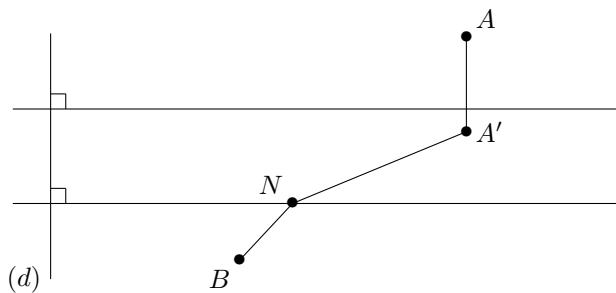
Énoncé. *Hypatie construit un pont pour aller de A en B . Où doit-elle le placer, parallèlement à (d) , pour minimiser son trajet ?*



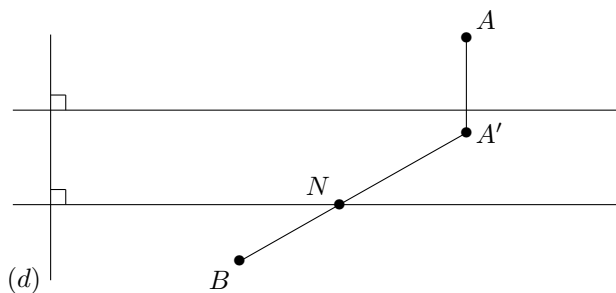
Solution. Traçons un trajet quelconque :



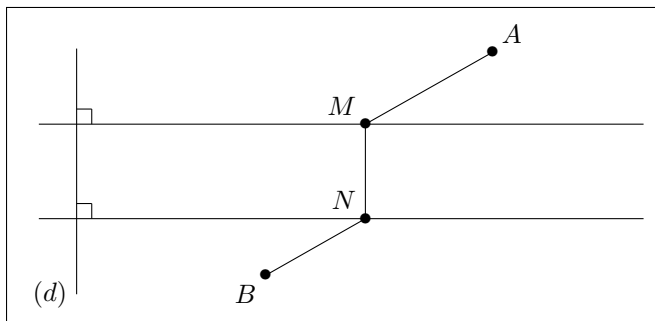
La longueur du trajet est $AM + MN + NB$. Puisque la longueur MN est fixe, Hypatie doit minimiser $AM + NB$. Elle a l'idée de réagencer les portions du trajet en introduisant le point A' défini par $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN}$:



Par définition de A' , $AMNA'$ est un parallélogramme donc $A'N = AM$, donc $A'N + NB = AM + NB$. Puisque A', B sont fixes, Hypatie doit placer le point N de façon à minimiser $A'N + NB$. D'après l'inégalité triangulaire $A'N + NB \geq A'B$, la valeur minimale de $A'N + NB$ est atteinte si les points A', N, B sont alignés :



Ce qui donne, après réagencement, le trajet minimal d'Hypatie, atteint si $(AM) \parallel (BN)$:



□