Khôlle d'analyse

Samuel Rochetin

Samedi 17 février 2018

Exercice. *Donner un équivalent en l'infini de* $\sum_{k=1}^{n} \sqrt{k}$.

Solution. En écrivant $\sum_{k=1}^{n} \sqrt{k} = n\sqrt{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1-0}{n} \sqrt{0 + k \times \frac{1-0}{n}}$ et en posant la fonction $f : [0;1] \to \mathbb{R}_+, x \mapsto \sqrt{x}$, nous reconnaissons une somme de Riemann (à droite) de f.

f est Riemann-intégrable sur $[0;1]$ donc $\lim_{n \to +\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1-0}{n} \sqrt{0 + k \times \frac{1-0}{n}} = \int_0^1 \sqrt{x} \, \mathrm{d}x = \frac{2}{3}$.

Donc $\boxed{\sum_{k=1}^{n} \sqrt{k} \sim \frac{2}{3} n\sqrt{n} \text{ en l'infini.}}$ □