

Systeme d'equations

Samuel Rochetin

Jeudi 17 janvier 2013

Énoncé. *Un mathématicien, un physicien et un ingénieur veulent nettoyer une maison. Le mathématicien et le physicien ensemble peuvent la nettoyer en six heures, le mathématicien et l'ingénieur ensemble en trois heures, le physicien et l'ingénieur ensemble en une heure et douze minutes. En combien de temps le physicien seul peut-il nettoyer la maison ?*

Solution. On remarque que $6 \text{ h} = 5 \times 72 \text{ min}$, $3 \text{ h} = \frac{5}{2} \times 72 \text{ min}$ et $1 \text{ h } 12 \text{ min} = 72 \text{ min}$. En supposant que la vitesse de nettoyage de chaque individu est constante dans le temps et invariante d'une situation à l'autre, en appelant x_m , x_p et x_i les fractions de la maison nettoyées respectivement par le mathématicien, le physicien et l'ingénieur en 72 minutes, on établit naturellement le système de

trois équations à trois inconnues suivant :

$$\begin{cases} 5x_m + 5x_p = 1 \\ \frac{5}{2}x_i + \frac{5}{2}x_m = 1, \text{ que l'on résout par} \\ x_i + x_p = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_i = \frac{3}{5} \\ x_m = -\frac{1}{5} \\ x_p = \frac{2}{5} \end{cases}$$

On vérifie que l'ingénieur est plus rapide que le physicien et on comprend que si les deux premières situations prennent autant de temps, c'est parce que le mathématicien s'évertue à salir la maison (signe négatif).

Le physicien seul mettrait donc $72 \text{ min} \times \frac{5}{2} = 3 \text{ h}$ puisque $\frac{5}{2}x_p = 1$. \square