Cercles tangents à deux droites sécantes et passant par un point

Samuel Rochetin

Lundi 18 mai 2009

Énoncé. *Soient d, d' deux droites sécantes et M un point extérieur à ces droites. Construire les cercles tangents à d, d' passant par M.*

Solution. Soient O le point d'intersection de d, d' et $\mathscr{C}$ un cercle de centre A tangent à d, d' dans le même secteur angulaire que M. Pour des raisons évidentes, A appartient à la bissectrice de ce secteur angulaire et $\mathscr{C}$ passe par le projeté orthogonal I de A sur d.

Soient un cercle tangent à d, d' passant par M de centre B et J son point de tangence avec (OI). Alors $B \in (OA), (BJ) \parallel (AI)$ donc B, J sont les images respectives de A, I par une homothétie h de centre O et de rapport inconnu. Donc ce cercle est l'image de $\mathscr{C}$ par h.

Soient D, E les points d'intersection de $\mathscr{C}$ et (OM). L'antécédent de M par h appartient à $\mathscr{C}$ et (OM) donc il y a deux possibilités.

Supposons que D soit l'antécédent de M par h.

Alors $[B_1M]$ est l'image de $[AD]$.

On en déduit le lieu de B_1 et le cercle solution.

Supposons que E soit l'antécédent de M par h.

Alors $[B_2M]$ est l'image de $[AE]$.

On en déduit le lieu de B_2 et le cercle solution.

Remarquons qu'il nest pas nécessaire de placer le point J. □